

I grupa

Teorijska pitanja:

P1. Generalisani Gausov zakon (iskaz i zapis) [2]. Navesti osnovne uslove elektrostatičke ravnoteže provodnog tela [2]. Kako se izračunava energija elektrostatičkog polja [2]?

P2. Jednačina kontinuiteta za stacionarno strujno polje [2]. Kirhofovi zakoni [2].

P3. Napisati matematičku formulaciju i iskazati rečima: a) generalisani Amperov zakon [2], b) Lorencovu silu [2], c) zakon o konzervaciji magnetskog fluksa [2].

P4. Nacrtati trougao impedanse i trougao snage i obavezno definisati sve korišćene oznake [2].

Zadaci:

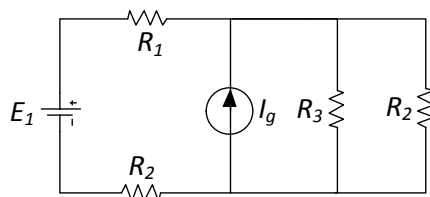
Z1. Pločasti kondenzator ispunjen je sa dva homogena, linearna dielektrika relativnih permitivnosti $\epsilon_{r1}=3$ i $\epsilon_{r2}=5$. Razdvojna površina između dielektrika **paralelna** je oblogama kondenzatora i nalazi se tačno na sredini kondenzatora. Površina elektroda je $S=20[\text{cm}^2]$, a rastojanje između elektroda je $d=1[\text{mm}]$. Naelektrisanja ploča kondenzatora su $Q_1=-Q_2=4[\text{nC}]$. **Obavezno nacrtati sliku.** Odrediti:

- Vektor jačine električnog polja [2] u kondenzatoru i napon [2] između elektroda.
- Kapacitivnost [2] i energiju [2] ovog kondenzatora.

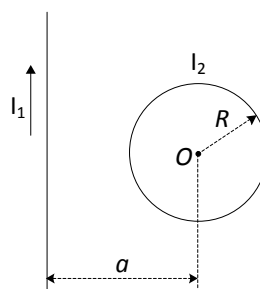
Z2. Za kolo vremenski konstantne struje sa slike odrediti:

- jačinu struje kroz otpornike R_3 [2] i R_1 [2],
- snagu baterije E_1 [2],
- snagu strujnog izvora I_g [2].

Podaci: $I_g=0.25[\text{A}]$, $E_1=100[\text{V}]$, $R_1=30[\Omega]$, $R_2=200[\Omega]$ i $R_3=300[\Omega]$.



Z3. Vrlo dugačak, tanak, pravolinijski provodnik sa vremenski konstantnom strujom $I_1=4\pi\text{A}$ i tanka kružna kontura poluprečnika $R=5\text{cm}$ nalaze se u istoj ravni u položaju kao na slici. Sredina je vazduh. Odrediti smer [2] i intenzitet [6] struje konture I_2 tako da u centru O kružne konture ne bude magnetskog polja, ako je $a=50\text{cm}$.



Z4. Na idealni prostoperiodični izvor elektromotorne sile $e(t)=\sqrt{2}\cdot\sin(10^5t)\text{V}$ **paralelno** su povezani otpornik $R=400\Omega$, kalem induktivnosti $L=10\text{mH}$ i kondenzator kapacitivnosti $C=10\text{nF}$. Nacrtati električnu šemu [1] kola i odrediti trenutne vrednosti struje kroz otpornik [1], kondenzator [2] i kalem [2]. Odrediti aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu [2] izvora.

Z1. Razdvojna površina je paralelna oblogama pa su vektori \mathbf{E} i \mathbf{D} normalni na razdvojnu površinu. Iz prvog graničnog uslova sledi: $\mathbf{D}_{1n} = \mathbf{D}_{2n} \Rightarrow \mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_2 = \mathbf{D}$, $\mathbf{D}_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} \mathbf{E}_1$ i $\mathbf{D}_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} \mathbf{E}_2$,

$$\oint_{S_{kvadra}} \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = D S = Q_1, D = Q_1 / S = \frac{4 \cdot 10^{-9}}{20 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^{-6} [\text{C/m}^2]$$

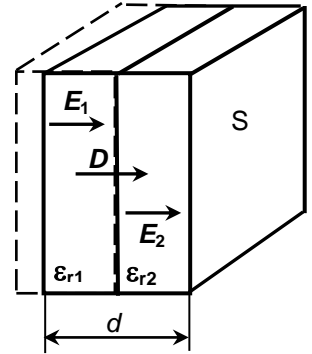
$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(10^{-9} / 36\pi) \cdot 3} = 75.398 [\text{KV/m}]$$

$$E_2 = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(10^{-9} / 36\pi) \cdot 5} = 45.239 [\text{KV/m}].$$

$$U = E_1 \cdot d / 2 + E_2 \cdot d / 2 = 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot (75.398 \cdot 10^3 + 45.239 \cdot 10^3) = 60.32 [\text{V}]$$

$$C = Q_1 / U = 4 \cdot 10^{-9} / 60.32 = 66.3 [\text{pF}]$$

$$W_C = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot 66.3 \cdot 10^{-12} \cdot 60.32^2 = 120.6 [\text{nJ}].$$



Z2. Metod napona čvorova: $\left(\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot V_1 = I_g + \frac{E_1}{R_1 + R_2}$, $V_1 = 54 [\text{V}]$. Struja kroz R_1

$$\text{je } I_1 = \frac{E_1 - V_1}{R_1 + R_2} = \frac{100 - 54}{230} = \frac{46}{230} = 0.2 [\text{A}], \text{ a kroz } R_3 \text{ je } I_3 = \frac{V_1}{R_3} = \frac{54}{300} = 0.18 [\text{A}]$$

$$P_{E1} = E_1 I = 100 \cdot 0.2 = 20 [\text{W}],$$

$$P_{I_g} = V_1 \cdot I_g = 54 \cdot 0.25 = 13.5 [\text{W}]$$

Z3. Magnetna indukcija u tački O od struje I_1 je $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$ sa smerom "odlazeća strela". Indukcija u tački

O od struje I_2 je $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2R}$ sa smerom "dolazeća strela", pa struja I_2 teče suprotno smeru kretanja

kazaljke na satu. Iz $B_1 = B_2$ sledi $\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I_2}{2R}$, pa je $I_2 = \frac{R}{\pi a} I_1 = \frac{5\text{cm}}{\pi \cdot 50\text{cm}} 4\pi = 0.4 \text{ A}$.

Z4. $e(t) = \sqrt{2} \cdot \sin(10^5 t) \text{ V} \Rightarrow \bar{E} = 1 \angle 0 \text{ V}$.

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{E}}{R} = \frac{1}{400} = 2.5 \text{ mA}, i_R(t) = 2.5 \sqrt{2} \sin(10^5 t) \text{ mA},$$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{E}}{j\omega L} = -j \frac{1}{10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = -j \text{ mA} = 1 e^{-j\frac{\pi}{2}} \text{ mA}, i_L(t) = \sqrt{2} \sin(10^5 t - \frac{\pi}{2}) \text{ mA},$$

$$\bar{I}_C = j\omega C \bar{E} = j 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 1 = j \text{ mA} = 1 e^{j\frac{\pi}{2}} \text{ mA}, i_C(t) = \sqrt{2} \sin(10^5 t + \frac{\pi}{2}) \text{ mA}.$$

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C = (2.5 - j + j) \text{ mA} = 2.5 \text{ mA},$$

$$\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = 1 \text{ V} \cdot 2.5 \text{ mA} = 2.5 \text{ mW} = P + jQ, \Rightarrow P = S = 2.5 \text{ mW}, Q = 0.$$